

УТВЕРЖДАЮ:

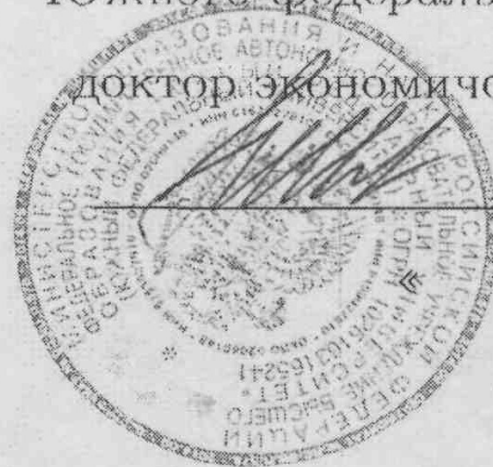
Проректор по организации научной
и проектно-инновационной деятельности

Южного федерального университета

доктор экономических наук, доцент

И.К.Шевченко

» октября 2015 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Южный федеральный университет" о диссертационной работе Карпиковой Алины Вячеславовны «Метод подобных операторов в спектральном анализе дифференциальных операторов второго порядка с негладким потенциалом», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертационная работа А.В. Карпиковой посвящена вопросам дальнейшего развития метода подобных операторов и его применения к исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов второго порядка с негладким комплексным потенциалом и периодическими и квазипериодическими краевыми условиями.

Спектральный анализ дифференциальных операторов является одним из ведущих направлений теории операторов и математической физики. Вывод асимптотических формул для собственных значений, оценок сходимости спектральных разложений и т.д. часто стимулированы прикладными задачами. Оператор Штурма-Лиувилля, как известно, востребован, например, в квантовой механике. Важный подход, используемый при изучении спектральных свойств дифференциальных операторов, связан с теорией возмущений линейных операторов. При этом наиболее известным из используемых здесь методов является резольвентный метод, основанный на представлении проекторов Рисса с помощью интегральной формулы Коши (см. известные монографии Т. Като, М.А. Наймарка и др.). Другим важным методом является метод подобных операторов, большой вклад в развитие которого внесен А.Г. Баскаковым и его школой.

Оператор Штурма-Лиувилля с негладким потенциалом изучался многими авторами: В.А. Марченко, А.М. Савчуком и А.А. Шкаликковым, Д. Джаковым и Б.С. Митягиным, В.А. Михайлсцом и В.Н. Малибогой, А.О. Щербаковым и др. В диссертации А.В. Карпиковой получены новые результаты для этого оператора.

Все вышесказанное свидетельствует об актуальности темы диссертационной работы.

Перейду к более подробному описанию диссертации. Она состоит из введения, четырех глав и списка литературы, включающего 61 наименование.

В первой главе сформулированы некоторые определения и теоремы теории линейных операторов и метода подобных операторов, а также определен рассматриваемый в диссертации оператор Штурма-Лиувилля L_θ , $\theta \in [0, 1]$, с потенциалом $v \in L_2[0, \omega]$, который действует в $L_2[0, \omega]$ согласно равенству $L_\theta x = -x'' - vx$ при $x \in \{D(L_\theta) = x \in W_2^2[0, \omega], x(\omega) =$

$e^{i\pi\theta}x(0), x'(\omega) = e^{i\pi\theta}x'(0)\}$. Символом L_θ^0 в диссертации обозначен оператор L_θ с нулевым потенциалом (невозмущенный оператор); $L_\theta \equiv L_\theta^0 - V$.

Во второй главе метод подобных операторов используется при изучении спектральных характеристик операторов вида $A_\theta - B, \theta \in [0, 1]$, где A_θ и B - линейные операторы, действующие в сепарабельном гильбертовом пространстве. При этом A_θ - неограниченный самосопряженный оператор с компактной резольвентой, а оператор B - оператор Гильберта-Шмидта. Оператор A_θ мыслится абстрактным вариантом оператора L_θ^0 , поэтому в главе 2 делаются соответствующие предположения о его спектре $\sigma(A_\theta)$: формулы (2.1), (2.2) для собственных значений и (2.3)-(2.5) для ортогональных проекторов Рисса. В гл. II получены асимптотические формулы для спектра оператора $A_\theta - B$. Здесь же установлены оценки равносходимости спектральных разложений операторов $A_\theta - B$ и $A_\theta, \theta \in [0, 1]$.

Результаты третьей главы можно разбить на две части. В первой части выводятся оценки операторов, возникающих в процессе дальнейшего применения метода подобных операторов. Во второй части проводятся преобразования подобия оператора L_θ к оператору $L_\theta^0 - B$, где B - оператор Гильберта-Шмидта (теорема 3.1).

Основные результаты диссертации содержатся в последней - четвертой главе. Первый ее параграф посвящен получению асимптотики собственных значений оператора $L_\theta, \theta \in [0, 1]$. Для этого, прежде всего, используется упомянутая в конце предыдущего пункта теорема о подобии (операторов L_θ и $L_\theta^0 - B$). Данная теорема позволяет использовать результаты гл. II. После этого учитывается конкретный вид оператора B и некоторые другие результаты гл. III. Отметим, что в полученные формулы для собственных значений входят коэффициенты Фурье потенциала $v \in L_2([0, \omega])$. В этой же главе найдены уточнения этих формул, когда потенциал v - функция

ограниченной вариации или/и потенциал v устойчив. Во втором параграфе гл. IV содержатся результаты о равносходимости спектральных разложений операторов $L_\theta = L_\theta^0 - V$ и L_θ^0 . Здесь, как и в предыдущем параграфе, при рассмотрении оператора L_θ используется подобный ему оператор $L_\theta^0 - B$, где B – оператор Гильберта-Шмидта. Данное соображение позволяет воспользоваться известной в методе подобных операторов теоремой и получить подходящее представление оператора $L_\theta^0 - V$, а, как следствие, и его спектральных проекторов, что играет здесь важную роль.

Укажем некоторые недостатки диссертации.

1. Имеется несколько недостатков, имеющих стилистический характер и характер описок. На них я останавливаться не буду.

2. В диссертации упоминается ряд исследований по спектральному анализу дифференциальных операторов. В частности, отмечены исследования школы А.Г. Баскакова (от работы А.Г. Баскакова 1983 г. до диссертации А.О. Щербакова 2013 г.), посвященные развитию метода подобных операторов и его приложениям. В связи с этим, во введении желательно было бы провести более подробное сравнение результатов соискателя и ее, наиболее близких по тематике, предшественников, указав, где это требуется, какие трудности пришлось преодолеть соискателю.

В целом, отмеченные недостатки не влияют на положительную оценку работы, в которой получены новые результаты, представляющие научный интерес.

Проведенный анализ содержания диссертации позволяет утверждать, что она представляет собой цельное исследование на актуальную тему. Работа изложена ясно, ее основные результаты представляют научный интерес и строго обоснованы. Основные результаты работы прошли широкую апробацию, своевременно и достаточно полно опубликованы, причем три

публикации содержатся в изданиях из списка ВАК. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Результаты работы носят теоретический характер. Они могут найти применение при дальнейшем развитии метода подобных операторов и применении последнего к изучению спектральных свойств дифференциальных операторов, а также при чтении спецкурсов на математических факультетах университетов. Их можно рекомендовать использовать в Воронежском, Санкт-Петербургском, Новосибирском, Московском государственных университетах, Крымском и Южном федеральных университетах.

На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Карпиковой Алины Вячеславовны «Метод подобных операторов в спектральном анализе дифференциальных операторов второго порядка с негладким потенциалом», является законченной научной квалификационной работой, посвященной дальнейшему развитию метода подобных операторов и его применения к исследованию спектральных свойств дифференциальных операторов второго порядка с негладким комплексным потенциалом. Актуальность темы, достоверность и значимость для науки результатов исследования не вызывают сомнения.

Автореферат диссертации полно и правильно отражает ее содержание, которое соответствует специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ. Таким образом, представленная диссертация по всем параметрам удовлетворяет критериям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, в том числе всем требованиям пункта 9, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук.


На основании вышеизложенного считаем, что Алина Вячеславовна Кар-

пикова заслуживает присуждения ей ученой степени кандидат физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук (01.01.02-дифференциальные уравнения), доцентом, профессором кафедры алгебры и дискретной математики Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» Левенштамом Валерием Борисовичем (адрес: 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-а; телефон: 89064252776; e-mail: vleven@math.rsu.ru).

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры алгебры и дискретной математики федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» (протокол №3 от 26 октября 2015 г.)

Заведующий кафедрой алгебры
и дискретной математики
Южного федерального университета,
доктор технических наук,
старший научный сотрудник



Штейнберг Борис Яковлевич

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Личную подпись Штейнберга Б.Я.

ЗАВЕРЯЮ:

Ведущий специалист по работе с персоналом

« 26 » 10 2015 г.